ÁREA 1. ALGORITMIA

SUBÁREA 1.4 LÓGICA COMPUTACIONAL

TEMAS IMPORTANTES:

**Lógica Proposicional:**

La lógica proposicional es una rama de la lógica que se ocupa del estudio de las proposiciones o enunciados, y de las relaciones lógicas que se establecen entre ellas. Una proposición es una afirmación que puede ser verdadera o falsa, pero no ambas al mismo tiempo.

En la lógica proposicional, se utilizan variables proposicionales (denotadas por letras minúsculas como p, q, r, etc.) para representar proposiciones simples. Estas variables pueden tomar dos valores: verdadero (V) o falso (F). Además, se utilizan conectivas lógicas para construir proposiciones compuestas a partir de proposiciones simples. Las principales conectivas lógicas son:

Negación (¬): se utiliza para negar una proposición. Por ejemplo, si p es la proposición "hace frío", entonces ¬p es la proposición "no hace frío".

Conjunción (∧): se utiliza para unir dos proposiciones mediante el operador "y". Por ejemplo, si p es la proposición "hace frío" y q es la proposición "llueve", entonces p ∧ q es la proposición "hace frío y llueve".

Disyunción (∨): se utiliza para unir dos proposiciones mediante el operador "o". Por ejemplo, si p es la proposición "hace frío" y q es la proposición "llueve", entonces p ∨ q es la proposición "hace frío o llueve".

Implicación (→): se utiliza para expresar la relación de consecuencia entre dos proposiciones. Por ejemplo, si p es la proposición "hace frío" y q es la proposición "me pongo una chaqueta", entonces p → q es la proposición "si hace frío, me pongo una chaqueta".

Equivalencia (↔): se utiliza para expresar la relación de equivalencia entre dos proposiciones. Por ejemplo, si p es la proposición "hace frío" y q es la proposición "uso abrigo", entonces p ↔ q es la proposición "hace frío si y solo si uso abrigo".

La lógica proposicional se utiliza en diversas áreas de la matemática y de la informática, como en la programación de computadoras y en la teoría de la computación. Permite la construcción de sistemas formales para razonar acerca de proposiciones y argumentos, y es una herramienta fundamental para la demostración de teoremas y para el diseño de algoritmos y sistemas lógicos.

**Conectores Lógicos y Tablas de Verdad:**

Los conectores lógicos son símbolos que se utilizan en la lógica proposicional para conectar proposiciones y formar nuevas proposiciones más complejas. Cada conector lógico tiene una tabla de verdad asociada que muestra todas las posibles combinaciones de valores de verdad de las proposiciones que se conectan y el valor de verdad resultante de la proposición compleja.

A continuación, se muestran los conectores lógicos más comunes y sus tablas de verdad:

Negación (¬): El símbolo ¬ se utiliza para negar una proposición. La tabla de verdad de la negación es:

Interfaz de usuario gráfica

Descripción generada automáticamente con confianza media

Conjunción (∧): El símbolo ∧ se utiliza para unir dos proposiciones con un "y". La tabla de verdad de la conjunción es:

Tabla

Descripción generada automáticamente

Implicación (→): El símbolo → se utiliza para expresar que una proposición implica otra. La tabla de verdad de la implicación es:

Tabla

Descripción generada automáticamente

Doble implicación (↔): El símbolo ↔ se utiliza para expresar que dos proposiciones son equivalentes. La tabla de verdad de la doble implicación es:

Tabla

Descripción generada automáticamente con confianza baja

**Formas Normales Conectiva y Disyuntiva:**

La forma normal conjuntiva (FNC) es una forma normal en la que una fórmula se expresa como una conjunción de disyunciones de literales. Un literal es una proposición o su negación. En otras palabras, una fórmula en FNC es una conjunción de cláusulas, donde cada cláusula es una disyunción de literales.

Por ejemplo, la fórmula (p ∨ q) ∧ (p → r) ∧ (q → r) en FNC se escribiría como (p ∨ q ∨ ¬r) ∧ (¬p ∨ r) ∧ (¬q ∨ r).

La forma normal disyuntiva (FND) es una forma normal en la que una fórmula se expresa como una disyunción de conjunciones de literales. En otras palabras, una fórmula en FND es una disyunción de cláusulas, donde cada cláusula es una conjunción de literales.

Por ejemplo, la fórmula (p ∧ q) ∨ (p ∧ ¬r) ∨ (¬p ∧ q) en FND se escribiría como (p ∨ ¬r) ∧ (¬p ∨ q).

Estas formas normales tienen aplicaciones en la simplificación y resolución de fórmulas lógicas, ya que permiten utilizar reglas y algoritmos específicos para su manipulación. Por ejemplo, para convertir una fórmula en FNC se pueden utilizar las leyes de distributividad, mientras que para convertir una fórmula en FND se pueden utilizar las leyes de absorción

**Validez de una Fórmula Bien Formada (tautologías, contradicción):**

En lógica proposicional, una fórmula bien formada (FBF) es válida si es verdadera para cualquier asignación de verdad a sus variables proposicionales. Una fórmula que es siempre verdadera se llama una tautología, mientras que una fórmula que es siempre falsa se llama una contradicción.

Para determinar la validez de una FBF, se puede utilizar la técnica de las tablas de verdad. En una tabla de verdad, se construyen todas las posibles asignaciones de verdad para las variables proposicionales de la fórmula y se calcula el valor de verdad de la fórmula para cada asignación

Si la fórmula resulta verdadera para todas las asignaciones, entonces es una tautología. Por ejemplo, la fórmula (p ∨ ¬p) es una tautología, ya que siempre es verdadera, independientemente del valor de verdad de p.

Por otro lado, si la fórmula resulta falsa para todas las asignaciones, entonces es una contradicción. Por ejemplo, la fórmula (p ∧ ¬p) es una contradicción, ya que siempre es falsa, independientemente del valor de verdad de p.

En resumen, la validez de una FBF se determina mediante la construcción de una tabla de verdad y la evaluación de la fórmula para todas las posibles asignaciones de verdad. Si la fórmula es verdadera para todas las asignaciones, entonces es una tautología, mientras que si es falsa para todas las asignaciones, entonces es una contradicción.

Reglas de Inferencia Proposicional:

En lógica proposicional, las reglas de inferencia son reglas que permiten deducir nuevas fórmulas a partir de fórmulas existentes. Estas reglas se utilizan en la construcción de argumentos válidos.

Las principales reglas de inferencia proposicional son:

Modus Ponens: Si p implica q y p es verdadero, entonces q es verdadero. Esta regla se escribe como:

p → q

p

∴ q

Modus Tollens: Si p implica q y q es falso, entonces p es falso. Esta regla se escribe como:

p → q

¬q

∴ ¬p

Silogismo Hipotético: Si p implica q y q implica r, entonces p implica r. Esta regla se escribe como:

p → q

q → r

∴ p → r

Silogismo Disyuntivo: Si p o q es verdadero y p es falso, entonces q es verdadero. Esta regla se escribe como:

p ∨ q

¬p

∴ q

Adición: Si p es verdadero, entonces p o q es verdadero. Esta regla se escribe como:

p

∴ p ∨ q

Simplificación: Si p y q son verdaderos, entonces p es verdadero. Esta regla se escribe como:

p ∧ q

∴ p

Conjuncción: Si p es verdadero y q es verdadero, entonces p y q son verdaderos. Esta regla se escribe como:

p

q

∴ p ∧ q

Resolución: Si p o q es verdadero y ¬p o r es verdadero, entonces q o r es verdadero. Esta regla se escribe como:

p ∨ q

¬p ∨ r

∴ q ∨ r

Estas son las principales reglas de inferencia proposicional utilizadas en la lógica proposicional. Con el uso de estas reglas, se pueden construir argumentos válidos y deducir nuevas fórmulas a partir de las fórmulas existentes.

Lógica de Predicados y Cuantificadores:

Álgebra de Boole:

Circuitos Digitales: